www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۳۰ : ۱۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳/ ۱۰/ ۱۳۸۸	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نیم سال اول (دی ماه)** سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقراء ریاضی ، درستی رابطه‌ی زیر را برای هر عدد طبیعی n ثابت کنید : $(1+\sqrt{3})^n \geq 1+n\sqrt{3}$	۱/۵
۲	با برهان خلف ، ثابت کنید که عدد $2\sqrt{3}$ گنگ است.	۱
۳	با ذکر دلیل ، درستی یا نادرستی هر یک را بررسی کنید : الف) برای هر عدد حقیقی a ، داریم $a^2 < a^3$ ب) مقدار عبارت $2^n + 1$ برای هر عدد طبیعی n ، همیشه عددی اول است . ج) حاصلضرب هر دو عدد به صورت $6k+5$ به صورت $6k''+1$ می باشد.	۲
۴	۲۲ عدد طبیعی دلخواه را بر ۶ تقسیم می کنیم ، نشان دهید حداقل ۴ عدد از آن ها باقیمانده مساوی را خواهند داشت.	۱
۵	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها درستی رابطه های زیر را ثابت کنید: الف) $B \subseteq A \ , \ B \subseteq A' \Rightarrow B = \phi$ ب) $(A \cup B)-(B \cup C)=(A-B)-C$	۱/۵
۶	x, y را طوری تعیین کنید که دو زوج مرتب $(2^4, x+y)$ و $(x^2-y^2, 2^3)$ با یکدیگر مساوی باشند.	۱
۷	مجموعه های $A = \{x \mid x \in Z , x \geq -1 , 2^x \leq 4\}$ و $B = \{y \mid y \in N , y^2 \leq 4\}$ را در نظر گرفته ، اعضای مجموعه $A \times B - B^2$ را به دست آورید و نمودار آن را رسم کنید.	۱/۵
۸	رابطه‌ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است : $(x,y)\,R\,(z,t) \Leftrightarrow x^3 - t^2 = z^3 - y^2$ الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-2,3)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۹	هر یک از اعداد دو رقمی متشکل از ارقام ۴ و ۳ و ۲ و ۱ (بدون تکرار ارقام) را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها یکی را به تصادف بر می داریم ، مطلوبست تعیین : الف) فضای نمونه ای این تجربه تصادفی. ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۶ باشد. ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد. د) پیشامد $A \cap B'$.	۲
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۳۰: ۱۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳/ ۱۰/ ۱۳۸۸	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نیم سال اول (دی ماه)** سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	اگر $S=\{a,b,c,d\}$ یک فضای نمونه ای باشد ، در صورتی که داشته باشیم : $p(a)=۲p(b)$ و $p(c)=p(d)=\frac{۱}{۴}$ ، مطلوبست محاسبه‌ی $p(a')$, $p(b')$	۱/۷۵
۱۱	در کیسه ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره قرمز موجود است ، از این کیسه دو مهره به تصادف و هم زمان خارج می کنیم ، مطلوبست احتمال آن که : الف) هر دو مهره قرمز باشند. ب) هر دو مهره هم رنگ باشند.	۱/۵
۱۲	مطالب زیر مربوط به دو روز بارش برف می باشد ، نمودار درختی را رسم کرده و جای خالی را با توجه به آن کامل کنید. تعداد روزهای باریدن برف ۲ ۱ ۰ تعداد امکان های مختلف ۱ ۲ ۱ احتمال ☐ ☐ ☐	۱
۱۳	نقطه ای به تصادف داخل مستطیلی به طول ۷ و عرض ۴ در نظر می گیریم ، مطلوبست احتمال این که فاصله‌ی این نقطه از هر رأس بیشتر از $\frac{۱}{}$ باشد.	۱/۵
۱۴	اگر A,B دو پیشامد باشند به طوری که $A\subseteq B$ ، ثابت کنید : الف) $p(A)\leq p(B)$ ب) $p(B-A)=p(B)-p(A)$	۱/۲۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳/ ۱۰/ ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نیم سال اول (دی ماه)** سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$p(۱)=۱+\sqrt{۳} \geq ۱+\sqrt{۳}$ (۰/۲۵) فرض $p(k)=(۱+\sqrt{۳})^k \geq ۱+k\sqrt{۳}$ (۰/۲۵) حکم $p(k+۱)=(۱+\sqrt{۳})^{k+۱} \geq ۱+(k+۱)\sqrt{۳}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) طرفین فرض را در $۱+\sqrt{۳}$ ضرب می کنیم. $(۱+\sqrt{۳})^{k+۱} \geq (۱+k\sqrt{۳})(۱+\sqrt{۳}) \overset{?}{\geq} ۱+(k+۱)\sqrt{۳}$ (۰/۲۵) $// \geq ۱+\sqrt{۳}+۳k+k\sqrt{۳} \geq ۱+k\sqrt{۳}+\sqrt{۳}$ $// \geq ۳k \geq ۰$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست است پس حکم هم درست خواهد بود.	۱/۵
۲	فرض خلف : فرض می کنیم $۲\sqrt{۳}$ گنگ نباشد. (۰/۲۵) $(a,b)=۱$ نسبت به هم اولند. a,b $\overbrace{۲\sqrt{۳}=\frac{a}{b}}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $۱۲=\frac{a^۲}{b^۲} \Rightarrow a^۲=۱۲b^۲ \Rightarrow a=۱۲k$ (۱) (۰/۲۵) $۱۴۴k^۲=۱۲b^۲ \Rightarrow b^۲=۱۲k^۲ \Rightarrow b=۱۲k'$ (۲) از (۱) و (۲) نتیجه می شود که a,b نسبت به یکدیگر اول نیستند و تناقض با تعریف اعداد گویا را دارد چون باید $(a,b)=۱$. (۰/۲۵)	۱
۳	الف) نادرست و مثال نقض $a=۱ \Rightarrow ۱<۱$ (۰/۵) ب) نادرست و مثال نقض $n=۳ \Rightarrow ۲^۳+۱=۹$ (۰/۵) ج) درست $\left.\begin{matrix}x=۶k+۵\\y=۶k'+۵\end{matrix}\right\} \Rightarrow xy=(۶k+۵)(۶k'+۵)=$ (۰/۲۵) $۳۶kk'+۳۰k+۳۰k'+۲۵= \Rightarrow ۶(۶kk'+۵k+۵k'+۴)+۱=۶k''+۱$ (۰/۷۵)	۲
۴	عدد طبیعی ۲۲ = تعداد کبوترها باقیمانده بر ۶ = تعداد لانه ها $=\{۰,۱,۲,۳,۴,۵\}$ (۰/۲۵) $۲۲=۳\times۶+۴ \Rightarrow$ ۲۲ | ۶ ۱۸ ۳+۱=۴ ۴ بر طبق اصل لانه کبوتر حداقل ۴ عدد باقیمانده یکسانی را دارند. (۰/۵)	۱
	« ادامه در صفحه‌ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳/ ۱۰/ ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نیم سال اول (دی ماه)** سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	**الف)** $\begin{matrix} B\subseteq A \\ B\subseteq A' \end{matrix} \Rightarrow B\cap B\subseteq A\cap A' \Rightarrow B\subseteq\phi \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$ $\underset{(۰/۲۵)}{\phi\subseteq B} \quad (۲) \Rightarrow B=\phi$ **ب)** $(A\cup B)-(B\cup C)=(A-B)-C$ $\underset{(۰/۲۵)}{(A\cup B)\cap(B\cup C)'}=\underset{(۰/۲۵)}{(A\cup B)\cap[B'\cap C']}=$ $\underset{(۰/۲۵)}{[(A\cup B)\cap B']}\cap C'=\underset{(۰/۲۵)}{\left[(A\cap B')\cup\underbrace{(B\cap B')}_{\phi}\right]}\cap C'=$ $(A-B)-C$	۱/۵
۶	$\begin{cases} x^۲-y^۲=۱۶ \underset{(۰/۵)}{\Rightarrow}(x+y)(x-y)=۱۶ \Rightarrow ۸(x-y)=۱۶ \Rightarrow x-y=۲ \\ x+y=۸ \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=۲ \Rightarrow x=۵ \quad (۰/۲۵) \\ x+y=۸ \Rightarrow y=۳ \quad (۰/۲۵) \end{cases}$	۱
۷	$A=\{-۱,۰,۱,۲\}$ $B=\{۱,۲\}$ $A\times B=\{(-۱,۱),(-۱,۲),(۰,۱),(۰,۲),(۱,۱),(۱,۲),(۲,۱),(۲,۲)\} \quad (۰/۵)$ $B^۲=\{(۱,۱),(۱,۲),(۲,۱),(۲,۲)\} \quad (۰/۲۵)$ $A\times B-B^۲=\{(-۱,۱),(-۱,۲),(۰,۱),(۰,۲)\} \quad (۰/۵)$ نمودار (۰/۲۵)	۱/۵
	« ادامه در صفحه‌ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳/ ۱۰/ ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نیم سال اول (دی ماه)** سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir

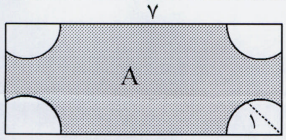
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	**(۰/۲۵) رابطه‌ی بازتابی** ۱) $(x,y)R(x,y) \Rightarrow x^{۳}-y^{۲}=x^{۳}-y^{۲}$ ۲) $(x,y)R(z,t) \Rightarrow (z,t)R(x,y)$ $(x,y)R(z,t) \Rightarrow x^{۳}-t^{۲}=z^{۳}-y^{۲} \Rightarrow z^{۳}-y^{۲}=x^{۳}-t^{۲} \Rightarrow (z,t)R(x,y)$ **(۰/۲۵) رابطه‌ی تقارنی** ۳) $\left.\begin{matrix}(x,y)R(z,t) \Rightarrow x^{۳}-t^{۲}=z^{۳}-y^{۲} \\ (z,t)R(e,f) \Rightarrow z^{۳}-f^{۲}=e^{۳}-t^{۲}\end{matrix}\right\} \Rightarrow x^{۳}-f^{۲}=e^{۳}-y^{۲} \Rightarrow (x,y)R(e,f)$ **(۰/۵) رابطه‌ی تعدی** $[(-۲,۳)]=\{(x,y)\mid (x,y)R(-۲,۳)\}$ (۰/۲۵) $x^{۳}-۹=-۸-y^{۲} \Rightarrow x^{۳}+y^{۲}=۱$ (۰/۲۵) **تمام نقاطی که در این رابطه صدق کنند کلاس هم ارزی خواهند بود.**	۱/۵
۹	**الف)** $S=\{۱۲,۱۳,۱۴,۲۱,۲۳,۲۴,۳۱,۳۲,۳۴,۴۱,۴۲,۴۳\}$ (۰/۵) **ب)** $A=\{۱۲,۲۴,۴۲\}$ (۰/۲۵) **ج)** $B=\{۱۳,۲۳,۳۱,۴۱,۴۳\}$ (۰/۲۵) **د)** $B'=\{۱۲,۱۴,۲۱,۲۴,۳۲,۳۴,۴۲\}$ (۰/۵) $A \cap B'=\{۱۲,۲۴,۴۲\}$ (۰/۵)	۲
۱۰	$p(a)+p(b)+p(c)+p(d)=۱$ (۰/۲۵) $p(a)=۲p(b)=۲x$ $۲x+x+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}=۱$ $p(b)=x$ (۰/۲۵) $۳x=\frac{۱}{۲} \rightarrow x=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) $p(c)=p(d)=\frac{۱}{۴}$ $p(a)=\frac{۱}{۳}$ (۰/۲۵) , $p(b)=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) $p(a')=\frac{۲}{۳}$ (۰/۲۵) , $p(b')=\frac{۵}{۶}$ (۰/۲۵)	۱/۷۵
	« ادامه در صفحه‌ی چهارم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳/ ۱۰/ ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نیم سال اول (دی ماه)** سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	الف) $p(A)=\underbrace{\frac{C(۶,۲)}{C(۱۱,۲)}}_{(۰/۵)}=\frac{۱۵}{۵۵}=\frac{۳}{۱۱}$ $(۰/۲۵)$ ب) $p(B)=\underbrace{\frac{C(۶,۲)}{C(۱۱,۲)}}_{(۰/۲۵)}+\underbrace{\frac{C(۵,۲)}{C(۱۱,۲)}}_{(۰/۲۵)}=\frac{۳}{۱۱}+\frac{۱۰}{۵۵}=\frac{۳}{۱۱}+\frac{۲}{۱۱}=\frac{۵}{۱۱}$ $(۰/۲۵)$	۱/۵
۱۲	جای خالی به ترتیب برابر است با : $\frac{۱}{۴},\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۴}$ رسم نمودار درختی (۰/۲۵) هر قسمت جواب (۰/۲۵)	۱
۱۳	$p(A)=\frac{a_A}{a_S}=\underbrace{\frac{۲۸-\pi}{۷\times۴}}=\frac{۲۸-\pi}{۲۸}=۱-\frac{\pi}{۲۸}$ $(۰/۲۵)$  نمودار (۰/۲۵) (۱ نمره)	۱/۵
۱۴	داریم : $\left.\begin{matrix}(B-A)\cup A=B\\(B-A)\cap A=\phi\end{matrix}\right\}\Rightarrow p\left[(B-A)\cup A\right]=p(B)$ $(۰/۲۵)$ $p(B-A)+p(A)=p(B)$ $(۰/۲۵)\Rightarrow p(B)\geq p(A)$ $(۰/۲۵)$, $p(B-A)=p(B)-p(A)$ $(۰/۲۵)$	۱/۲۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com